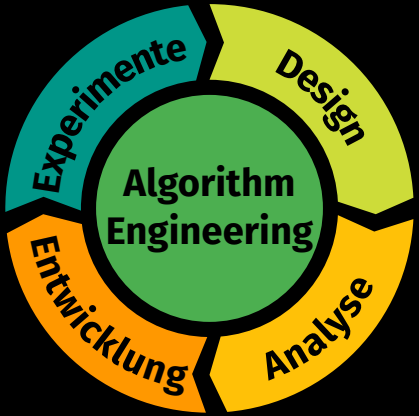
ALGORITHM ENGINEERING: BIT-VEKTOREN UND RANK-ANFRAGEN

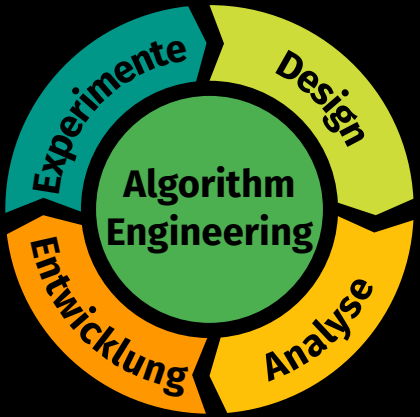
BWINF-WORKSHOP DER TU DORTMUND 2020

Florian Kurpicz

Algorithm Engineering



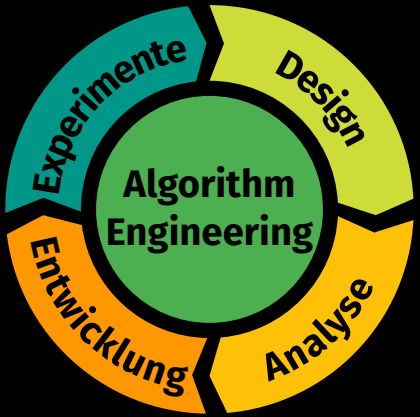
Algorithm Engineering



Design

- Lösung für das Problem überlegen

Algorithm Engineering



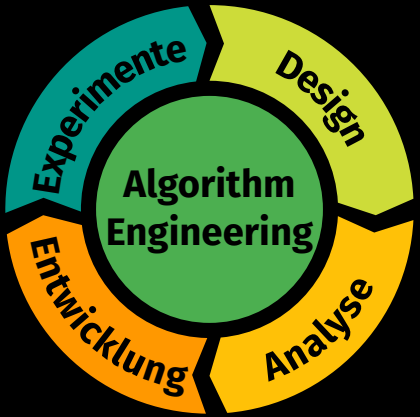
Design

- Lösung für das Problem überlegen

Analyse

- Theoretische Analyse der Idee

Algorithm Engineering



Design

- Lösung für das Problem überlegen

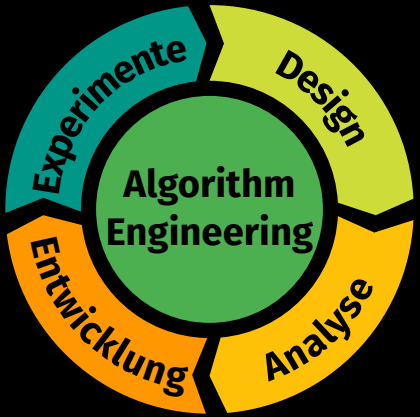
Analyse

- Theoretische Analyse der Idee

Entwicklung

- Praktische Umsetzung der Lösung

Algorithm Engineering



Design

- Lösung für das Problem überlegen

Analyse

- Theoretische Analyse der Idee

Entwicklung

- Praktische Umsetzung der Lösung

Experimente

- Implementierung auswerten
- Ergebnisse für besseres Design nutzen

Das Problem

1. Markiere eine Teilmenge von (geordneten) Elementen und (**Bit-Vektor**)

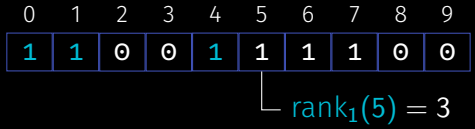
Das Problem

1. Markiere eine Teilmenge von (geordneten) Elementen und (**Bit-Vektor**)

2. finde heraus, wieviele kleinere Elemente (nicht) markiert sind. (**Rank-Anfragen**)

Das Problem

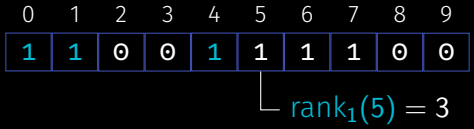
1. Markiere eine Teilmenge von (geordneten) Elementen und (**Bit-Vektor**)



2. finde heraus, wieviele kleinere Elemente (nicht) markiert sind. (**Rank-Anfragen**)

Das Problem

1. Markiere eine Teilmenge von (geordneten) Elementen und (**Bit-Vektor**)



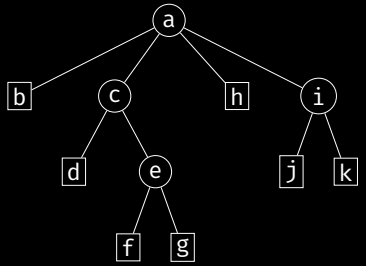
2. finde heraus, wieviele kleinere Elemente (nicht) markiert sind. (**Rank-Anfragen**)

Wofür kann man Bit-Vectoren noch verwenden?

- Kompakte Darstellung von Bäumen
  (mit weiteren Anfrage-Arten)

	ab ch id ejkfg
LOUDS	1111001100110011000000

- ...



Design, Analyse, Entwicklung & Experimente: Simpel Bit-Vectoren

Design, Analyse, Entwicklung & Experimente: Simpel Bit-Vectoren

`std::vector<char/int/...>`

- Einfacher Zugriff auf Bits
- Sehr groß `1/4/...` Bytes für ein Bit

Design, Analyse, Entwicklung & Experimente: Simpel Bit-Vectoren

`std::vector<char/int/...>`

- Einfacher Zugriff auf Bits
- Sehr groß $1/4/\ldots$ Bytes für ein Bit

`std::vector<bool>`

- Funktioniert in C++ (1 Bit je Bit)
- Einfacher Zugriff auf Bits
- Umsetzung implementierungsabhänig

Design, Analyse, Entwicklung & Experimente: Simpel Bit-Vectoren

`std::vector<char/int/...>`

- Einfacher Zugriff auf Bits
- Sehr groß 1/4/... Bytes für ein Bit

`std::vector<bool>`

- Funktioniert in C++ (1 Bit je Bit)
- Einfacher Zugriff auf Bits
- Umsetzung implementierungsabhänig

Entwicklung und Experimente

Live Demo

Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

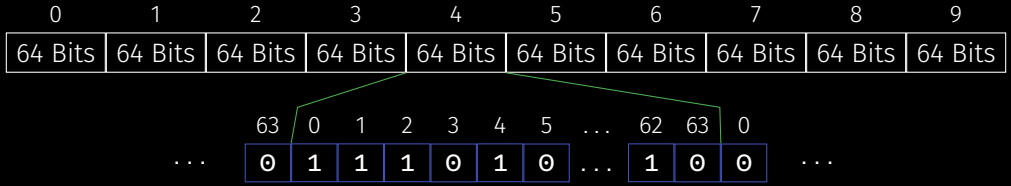
`std::vector<uint64_t>`

- Benötigt auch 8 Bytes für ein Bit?

Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

`std::vector<uint64_t>`

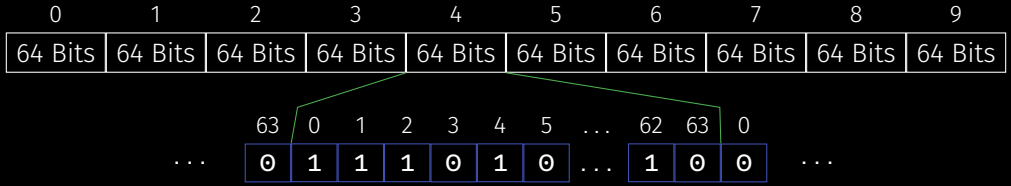
- Benötigt auch 8 Bytes für ein Bit?
- Speicher 64 Bits in jedem Eintrag!



Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

`std::vector<uint64_t>`

- Benötigt auch 8 Bytes für ein Bit?
- Speicher 64 Bits in jedem Eintrag!
- Wie funktioniert der Zugriff auf einzelnene Bits?



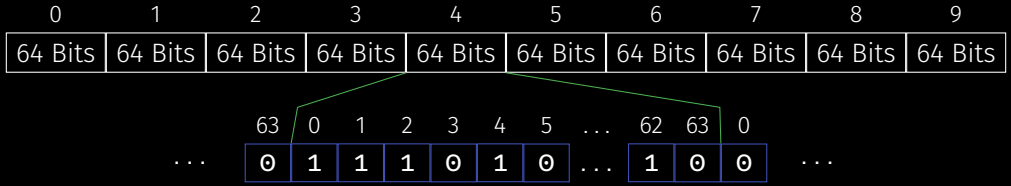
Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

`std::vector<uint64_t>`

- Benötigt auch 8 Bytes für ein Bit?
- Speicher 64 Bits in jedem Eintrag!
- Wie funktioniert der Zugriff auf einzelnene Bits?

Zugriff auf das i-te Bit

1. $i/64$ gibt die Position im Vector an
2. $i\%64$ gibt das Bit im Wort an



Design und Analyse: Performanter Bit-Vector

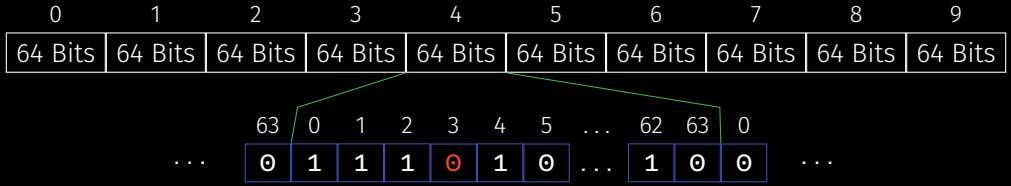
`std::vector<uint64_t>`

- Benötigt auch 8 Bytes für ein Bit?
- Speicher 64 Bits in jedem Eintrag!
- Wie funktioniert der Zugriff auf einzelnene Bits?

Zugriff auf das i-te Bit

1. $i/64$ gibt die Position im Vector an
2. $i\%64$ gibt das Bit im Wort an

Zugriff auf das 259-te Bit:
$259/64 = 4$ und $256\%64 = 3$



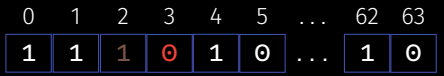
Entwicklung: Wie kommen wir jetzt an das Bit?

```
// Wir haben einen Bit-Vector
std::vector<uint64_t> bit_vector;

// Zugriff auf das i-te Bit
uint64_t block = bit_vector[i/64];
bool bit = (block >> ( 63 - (i % 64)) )  & 1ULL;
```

Entwicklung: Wie kommen wir jetzt an das Bit?

```
// Wir haben einen Bit-Vector
std::vector<uint64_t> bit_vector;

// Zugriff auf das i-te Bit
uint64_t block = bit_vector[i/64];
bool bit = (block >> ( 63 - (i % 64)) )  & 1ULL;
```

Bits nach rechts verschieben



Entwicklung: Wie kommen wir jetzt an das Bit?

```
// Wir haben einen Bit-Vector
std::vector<uint64_t> bit_vector;

// Zugriff auf das i-te Bit
uint64_t block = bit_vector[i/64];
bool bit = (block >> ( 63 - (i % 64)) )  & 1ULL;
```

Bits nach rechts verschieben **um**

Entwicklung: Wie kommen wir jetzt an das Bit?

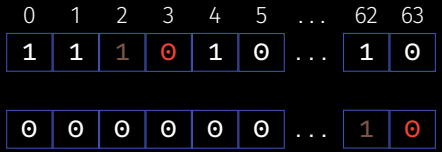
```
// Wir haben einen Bit-Vector
std::vector<uint64_t> bit_vector;

// Zugriff auf das i-te Bit
uint64_t block = bit_vector[i/64];
bool bit = (block >> ( 63 - (i % 64)) )  & 1ULL;
```

Bits nach rechts verschieben **um** **verunde mit 1**

Entwicklung: Geht das besser?

```
(block >> (63-(i%64))) & 1ULL;
```

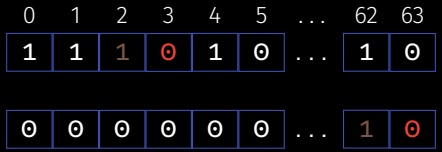
- Fülle Bit-Vector von links nach rechts



Entwicklung: Geht das besser?

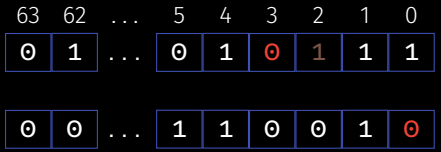
```
(block >> (63-(i%64))) & 1ULL;
```

- Fülle Bit-Vector von links nach rechts




```
(block >> (i%64)) & 1ULL;
```

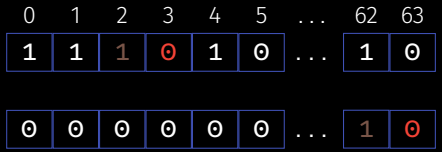
- Fülle Bit-Vector von rechts nach links



Entwicklung: Geht das besser?

```
(block >> (63-(i%64))) & 1ULL;
```

- Fülle Bit-Vector von links nach rechts

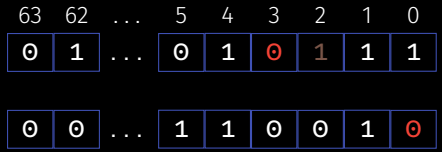


- Assembler-Code:

```
mov ecx, edi
not ecx
shr rsi, cl
mov eax, esi
and eax, 1
```

```
(block >> (i%64)) & 1ULL;
```

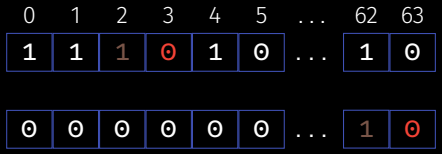
- Fülle Bit-Vector von rechts nach links



Entwicklung: Geht das besser?

```
(block >> (63-(i%64))) & 1ULL;
```

- Fülle Bit-Vector von links nach rechts

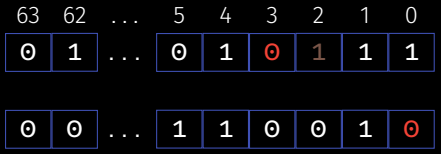


- Assembler-Code:

```
mov ecx, edi
not ecx
shr rsi, cl
mov eax, esi
and eax, 1
```

```
(block >> (i%64)) & 1ULL;
```

- Fülle Bit-Vector von rechts nach links



- Assembler-Code:

```
mov ecx, edi
shr rsi, cl
mov eax, esi
and eax, 1
```

Experimente: Bit-Vectoren evaluieren

Live Demo

Aktueller Stand

- Wir haben einen platzeffizienten Bit-Vektor
- Wir können Bits schnell lesen

Aktueller Stand

- Wir haben einen platzeffizienten Bit-Vektor
- Wir können Bits schnell lesen

Wie schreiben wir Bits?

- Viele Bit-Manipulationen und Tricks
- Bei Interesse:
  `https://graphics.stanford.edu/~seander/bithacks.html`

Aktueller Stand

- Wir haben einen platzeffizienten Bit-Vektor
- Wir können Bits schnell lesen

Wie schreiben wir Bits?

- Viele Bit-Manipulationen und Tricks
- Bei Interesse:
  `https://graphics.stanford.edu/~seander/bithacks.html`

Und jetzt?

- Rank-Anfragen
- Finde heraus wieviele Elemente vor Position i (nicht) markeriert sind

Design und Analyse: Naive Rank-Datenstrukturen

Design und Analyse: Naive Rank-Datenstrukturen

Zählen bei Anfrage

- Scannen Bit-Vektor bei jeder Anfrage
- Dauert länger für große i als für kleine

Design und Analyse: Naive Rank-Datenstrukturen

Zählen bei Anfrage

- Scannen Bit-Vektor bei jeder Anfrage
- Dauert länger für große i als für kleine

Zählen bei Konstruktion

- Speicher den Wert für jedes i
- Benötigt viel Platz

Entwicklung und Experimente: Naive Rank-Datenstrukturen

Live Demo

Design und Analyse: Schnelle und kleine Rank-Datenstruktur

Überlegungen

- Alles speichern braucht viel Platz
- Nichts speichern hat lange Anfragen zur Folge

Design und Analyse: Schnelle und kleine Rank-Datenstruktur

Überlegungen

- Alles speichern braucht viel Platz
- Nichts speichern hat lange Anfragen zur Folge
- **Lösung:** Speicher manche Ergebnisse

Design und Analyse: Schnelle und kleine Rank-Datenstruktur

Überlegungen

- Alles speichern braucht viel Platz
- Nichts speichern hat lange Anfragen zur Folge
- **Lösung:** Speicher manche Ergebnisse
- Aber welche?

Design und Analyse: Schnelle und kleine Rank-Datenstruktur

Überlegungen

- Alles speichern braucht viel Platz
- Nichts speichern hat lange Anfragen zur Folge
- **Lösung:** Speicher manche Ergebnisse
- Aber welche?

Pupulation Count (Popcount)

- Gibt die Anzahl der 1-Bits für `uint64_t` (und andere) zurück
- Viele Prozessoren unsterstützen Popcount

Entwicklung und Experimente: Popcount

Live Demo

An der Tafel

Basiert auf

Dong Zhou, David G. Andersen, Michael Kaminsky: *Space-Efficient, High-Performance Rank and Select Structures on Uncompressed Bit Sequences*. SEA 2013: 151-163

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0) und 512-te Bit (L2)

- Sehr wenige Ergebnisse in L0

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0) und 512-te Bit (L2)

- Sehr wenige Ergebnisse in L0
- Ergebnisse in L2 können maximal 2^{32} groß sein (`uint32_t`)

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0) und 512-te Bit (L2)

- Sehr wenige Ergebnisse in L0
- Ergebnisse in L2 können maximal 2^{32} groß sein (`uint32_t`)
- Benötigt ca. 6,25 % extra Platz

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0) und 512-te Bit (L2)

- Sehr wenige Ergebnisse in L0
- Ergebnisse in L2 können maximal 2^{32} groß sein (`uint32_t`)
- Benötigt ca. 6,25 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0), 2048-te (L1) und fast jedes 512-te Bit (L2)

- L1 so groß wie L2 zuvor, L2 jetzt 10 Bits (2 mal `uint32_t`)

Design und Analyse: Welche Ergebnisse speichern?

Ergebnis für jedes 512-te Bit (L2)

- Ergebnisse können beliebig groß sein (`uint64_t`)
- Benötigt ca. 12,5 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0) und 512-te Bit (L2)

- Sehr wenige Ergebnisse in L0
- Ergebnisse in L2 können maximal 2^{32} groß sein (`uint32_t`)
- Benötigt ca. 6,25 % extra Platz

Ergebnis für jedes 2^{32}-te (L0), 2048-te (L1) und fast jedes 512-te Bit (L2)

- L1 so groß wie L2 zuvor, L2 jetzt 10 Bits (2 mal `uint32_t`)
- Benötigt ca. 3,125 % extra Platz

Zusammenfassung

- Effizienter Bit-Vektor
- Idee fü Rank-Datenstruktur
- Arbeitsweise beim Algorithm Engineering

Zusammenfassung

- Effizienter Bit-Vektor
- Idee fü Rank-Datenstruktur
- Arbeitsweise beim Algorithm Engineering

ABER

> *„The real problem is that programmers have spent far too much time worrying about efficiency in the wrong places and at the wrong times;* ***premature optimization is the root of all evil*** *(or at least most of it) in programming.“*
>
> —Donald E. Knuth

Zusammenfassung

- Effizienter Bit-Vektor
- Idee fü Rank-Datenstruktur
- Arbeitsweise beim Algorithm Engineering

ABER

> *„The real problem is that programmers have spent far too much time worrying about efficiency in the wrong places and at the wrong times;* ***premature optimization is the root of all evil*** *(or at least most of it) in programming.“*
>
> —Donald E. Knuth

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit